

Paracuru-CE

Data: 26/10/2025

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 011 - Sobre as estruturas dos domínios do  $\Delta \text{seq}^2$  isóceles e afins

Palavras-chaves: domínio, produto, consecutivo, proposição, quadrado perfeito, ímpares, pares, números de Fermat, produto principal, produto secundário,  $4x + 1$ ,  $4x + 3$ .

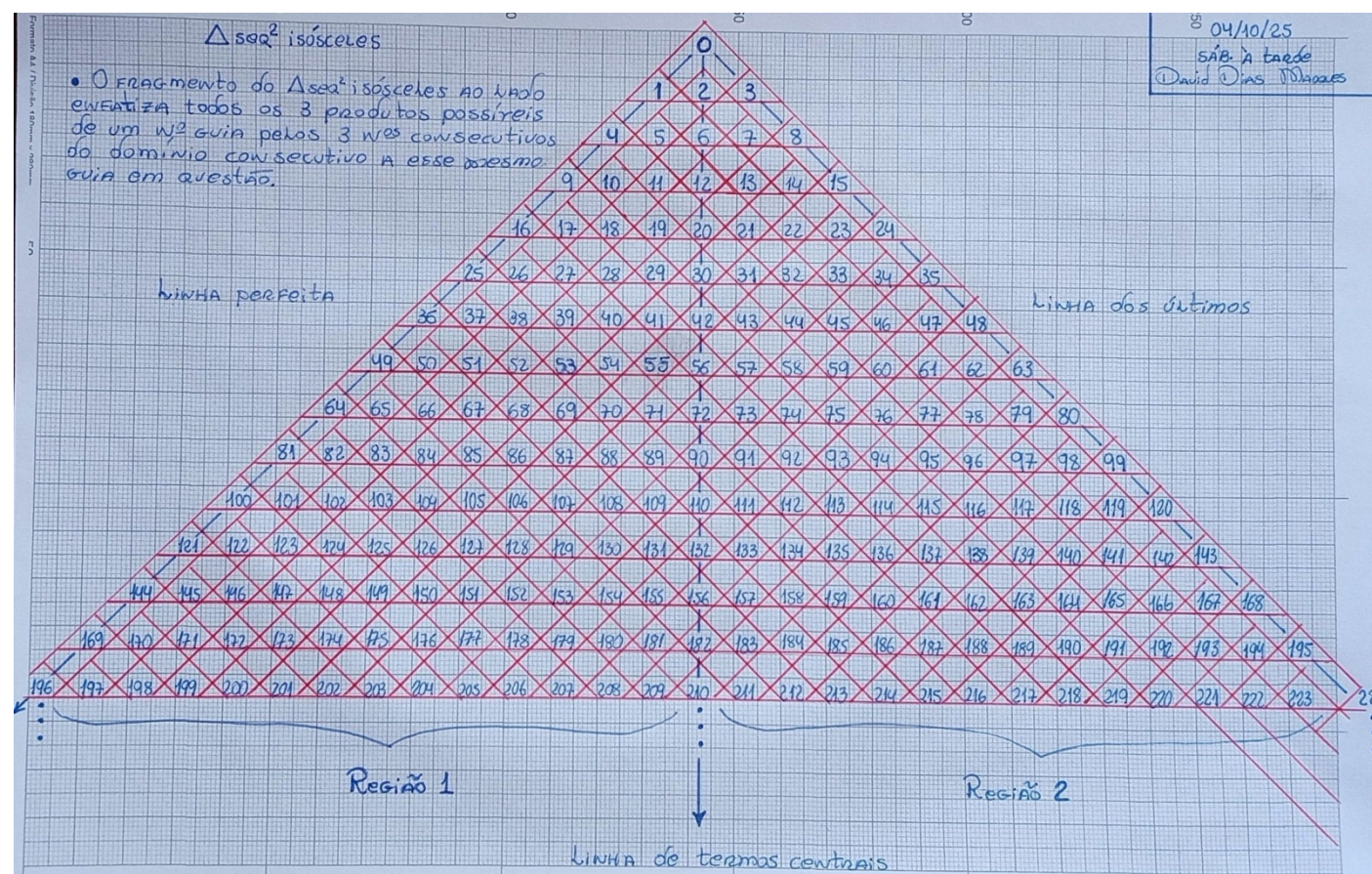
Querido leitor, segue abaixo um resumo, inicialmente com imagens, de como surgiu a descoberta da relação de contagem  $\Delta i(b)$ , assim também como os produtos principais e secundários de números ímpares entre dois números consecutivos, estando situados em colunas, ainda pertencentes a mesma coluna, sob as seguintes formas:  $4x + 1$  e  $4x + 3$ .

Um pouco mais abaixo, algumas proposições descobertas, juntamente com suas possíveis demonstrações, ainda sobre os curiosos números de Fermat.

## IMAGEM 1

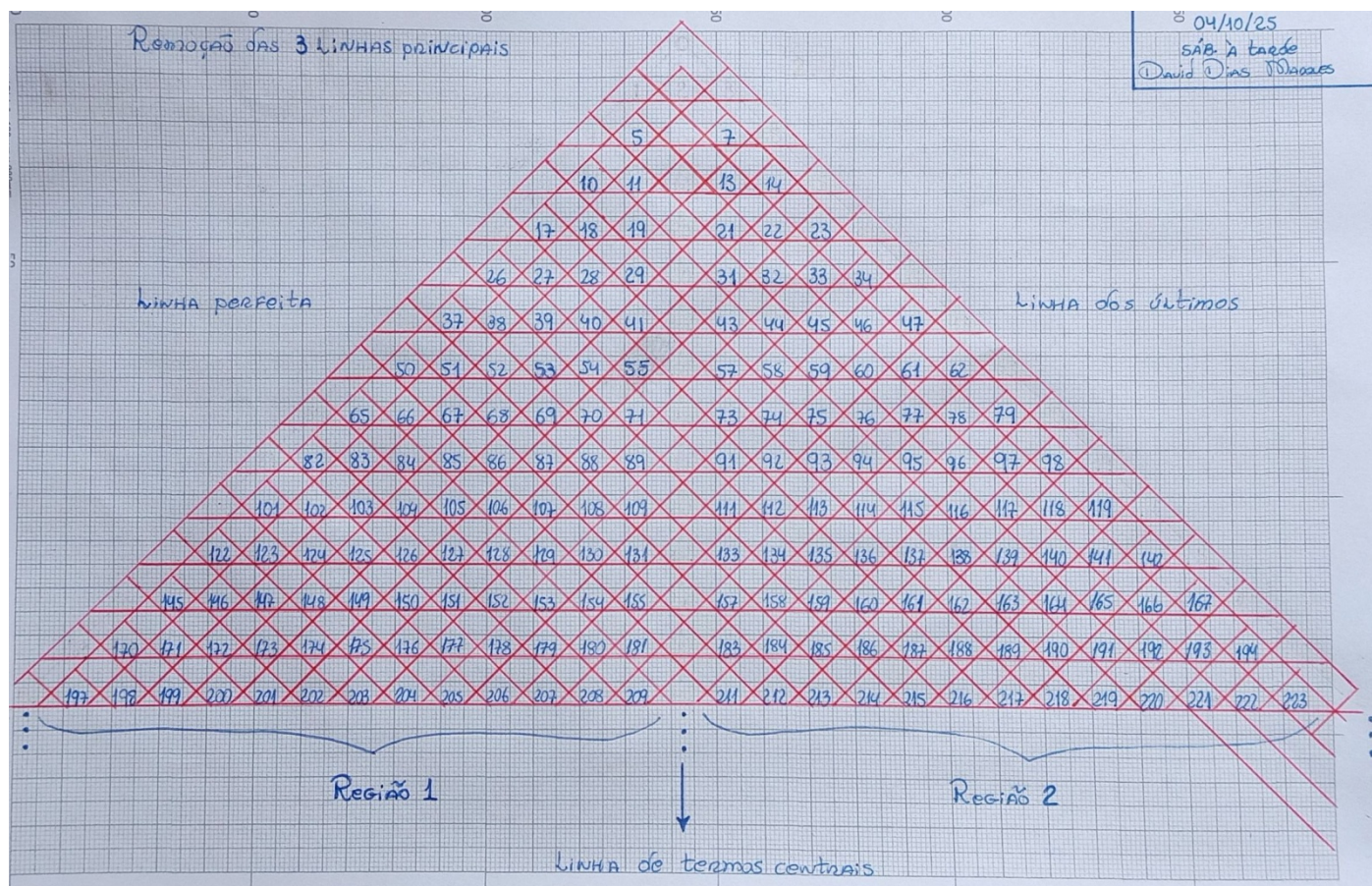
Fragmento do  $\Delta \text{seq}^2$  em sua forma isósceles.

Vista para a relação dos três produtos: guia versus três valores consecutivos de um domínio consecutivo ao guia.



## IMAGEM 2

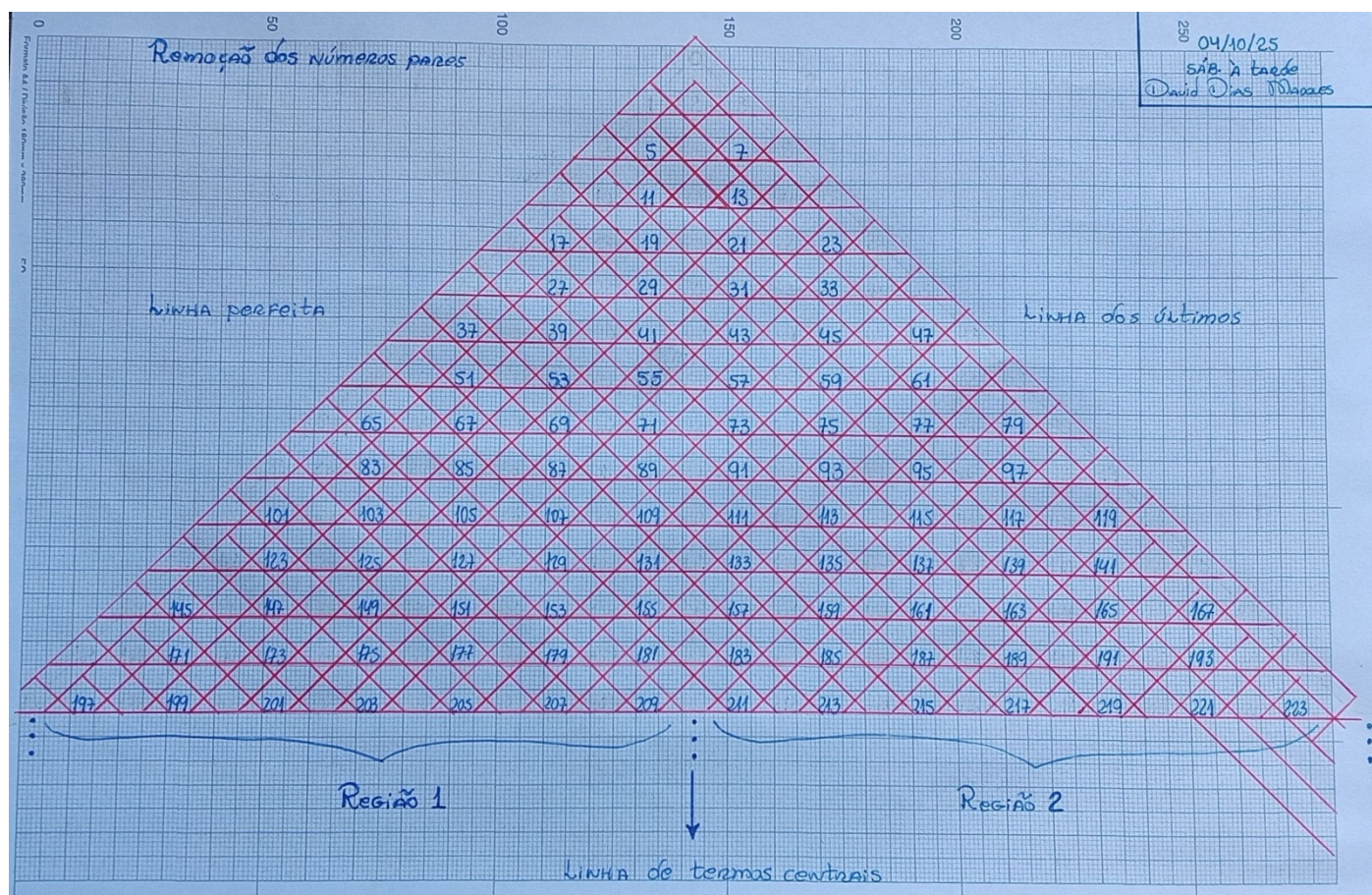
Vista com a remoção dos números das linhas principais.



### IMAGEM 3

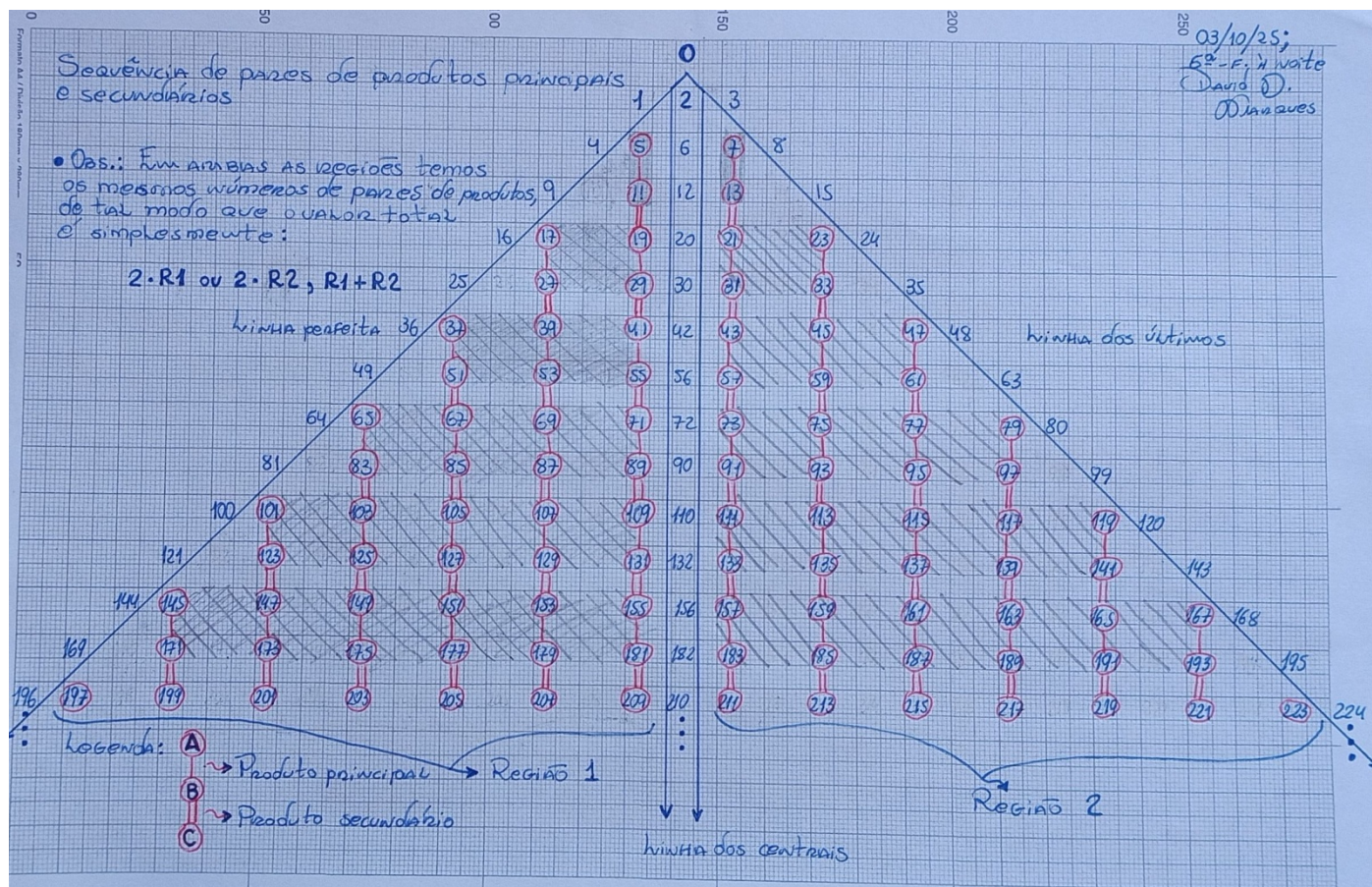
Vista com a remoção dos números pares.

Originando, desta forma, os valores de  $\Delta i(b)$ . Obs.: Se  $b$  é um número par, o valor de  $\Delta i(b)$  coincide com a  $\sqrt{b}$ . E a quantidade de  $\Delta i(c)$  é igual a  $\sqrt{b}$ .



## IMAGEM 4

Vista dos produtos principais e secundários. Observe que estão organizados aos pares. E que os principais estão ligados por uma barra, enquanto os secundários por duas barras paralelas. Produto secundário é a relação entre os termos consecutivos de dois grupos de pares distintos. Onde tal comunicação ocorre apenas com os que estão alinhados. Observar as barras paralelas entres os termos comunicantes.



## IMAGEM 5

A primeira tabela nos mostra os respectivos pares de produtos principais e secundários por pares de domínios. A segunda, faz uma comparação entre as sequências de ímpares geradas por  $\Delta i(b)$  e sequências de pares de produtos. Perceba que ambas são iguais, porém, a sequência dos pares de produtos está avançada um valor, em relação a sequência de pares de  $\Delta i(b)$ .

04/10/25  
Sáb. à tarde  
David Dias Marques

Tabela de pares de produtos principais e secundários por par de domínios.

| Par de domínios | Pares principais | Par de domínios | Pares secundários |
|-----------------|------------------|-----------------|-------------------|
| dom's(4;9)      | 2                | dom's(9;16)     | 2                 |
| dom's(16;25)    | 4                | dom's(25;36)    | 4                 |
| dom's(36;49)    | 6                | dom's(49;64)    | 6                 |
| dom's(64;81)    | 8                | dom's(81;100)   | 8                 |
| ⋮               | ⋮                | ⋮               | ⋮                 |

07/10/25, à noite

Tabela de comparação entre  $\Delta i(b)$  e pares de produtos principais e secundários

| b  | $\Delta i(b)$ | nº de pares de produtos principais e secundários                      |
|----|---------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 0  | —             | } 0 pares de produtos principais<br>} 0 pares de produtos secundários |
| 1  | 0             |                                                                       |
| 4  | 2             | } 2 pares de produtos principais<br>} 2 pares de produtos secundários |
| 9  | 2             |                                                                       |
| 16 | 4             | } 4 pares de produtos principais<br>} 4 pares de produtos secundários |
| 25 | 4             |                                                                       |
| 36 | 6             | } 6 pares de produtos principais<br>} 6 pares de produtos secundários |
| 49 | 6             |                                                                       |
| 64 | 8             | } 8 pares de produtos principais<br>} 8 pares de produtos secundários |
| 81 | 8             |                                                                       |
| ⋮  | ⋮             | ⋮                                                                     |

$\Delta i(b)$  começa a contar a partir do avançado perfeito 4, pois o dom(1) tem todos os elementos numéricos pertencentes as linhas principais.

Como determinar em que domínio tais produtos ocorrerão?

## PROPOSIÇÃO 1

Se um domínio tem seu quadrado perfeito par, então o seu último termo dominado também é par.

Domínio de exemplo

$\{ (16), 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 \}$

O quadrado perfeito aqui é o 16, que é par. E o último termo é 24, que também é par.

## DEMONSTRAÇÃO

Quando o quadrado perfeito for par:

Aplicando diretamente  $b = (2n)^2$  em  $2b + b^2$ , conseguimos:

$$\begin{aligned} & 2(\sqrt{(2n)^2}) + (2n)^2 \\ & 4n + 4n^2 \end{aligned}$$

$$[4n(n + 1)]$$

Sendo por essa razão, o último termo sempre será PAR.

## PROPOSIÇÃO 2

Se um domínio tem seu quadrado perfeito ímpar, então o seu último termo dominado também é ímpar.

Domínio de exemplo

$\{ (9), 10, 11, 12, 13, 14, 15 \}$

O quadrado perfeito aqui é o 9, que é ímpar. E o último termo é 15, que também é ímpar.

## DEMONSTRAÇÃO

Quando o quadrado perfeito for ímpar:

Aplicando diretamente  $b = (2n + 1)^2$  em

$2b + b^2$ , conseguimos:

$$2(\sqrt{(2n + 1)^2}) + (2n + 1)^2$$

$$2(2n + 1) + 4n^2 + 4n + 1$$

$$4n + 2 + 4n^2 + 4n + 1$$

$$4n^2 + 8n + 3$$

$$[4n(n + 2) + 3]$$

Sendo por essa razão, o último termo sempre será ÍMPAR.

### PROPOSIÇÃO 3

A forma  $4n(n + 2) + 3$  adquirida acima é semelhante a forma  $4x + 3$ , que nada mais é do que um número de Fermat, o qual não pode ser escrito como a soma de dois quadrados perfeitos. Sendo assim, todo último termo de um domínio de quadrado perfeito ímpar é expresso da seguinte forma  $4n(n + 2) + 3$ .

Perceba que a tal forma algébrica está sendo utilizada para certos valores inteiros positivos. E tais valores são obtidos através de  $n(n + 2)$ .

Eis alguns dos valores conseguidos através de  $n(n + 2)$ :  
 $\{ 0, 3, 8, 15, 24, 35, \dots \}$

Dessa forma, com o valores obtidos por  $n(n + 2)$ ,  $\{ n \geq 0 \mid n \in \mathbb{Z} \}$ , a sequência de últimos termos adquire a seguinte forma:  
 $\{ 3, 15, 35, 63, 99, 143, \dots \}$

Perceba que 3 é o único primo dessa sequência, pois quando  $n = 0$ , a aplicação da relação  $4n(n + 2)$  é nula, restando apenas o valor que está sendo somado a esse último.

Através de tal percepção, fica demonstrado que todos os últimos termos, QUASE QUADRADOS PERFEITOS, de domínios cujo quadrado perfeito é ímpar, são números da forma  $4x + 3$ .

### EXEMPLOS DE TERMOS INICIAIS E ÚLTIMOS TERMOS, SEPARADOS EM DOMÍNIOS

#### 1º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 0 ( PAR ), seu último termo é ele mesmo ( PAR );

#### 2º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 1 ( ÍMPAR ), seu último termo é o 3 ( ÍMPAR );

#### 3º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 4 ( PAR ), seu último termo é o 8 ( PAR );

#### 4º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 9 ( ÍMPAR ), seu último termo é o 15 ( ÍMPAR );

#### 5º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 16 ( PAR ), seu último termo é o 24 ( PAR );

#### 6º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 25 ( ÍMPAR ), seu último termo é o 35 ( ÍMPAR );

#### 7º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 36 ( PAR ), seu último termo é o 48 ( PAR );

#### 8º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 49 ( ÍMPAR ), seu último termo é o 63 ( ÍMPAR );

#### 9º DOMÍNIO

Quadrado perfeito 64 ( PAR ), seu último termo é o 80 ( PAR );

.

.

.

#### ENÉSIMO DOMÍNIO

Quadrado perfeito (  $b$  ), seu último termo é o  
(  $b + 2\sqrt{b}$  ).

## PROPOSIÇÃO 4

No (  $\Delta \text{seq}^2$  ISÓSCELES ), é possível perceber que a (  $\sqrt{b}$  ), sendo (  $b$  ) um número exclusivamente ( PAR ), equivale a quantidade de termos ímpares entre as linhas principais do domínio de (  $b$  ).

E no caso do quadrado perfeito seguinte, (  $c$  ), temos apenas uma repetição da quantidade de termos ímpares encontrados para (  $\sqrt{b}$  ).

No entanto, os valores que serão somados a (  $b$  ) para criar tais números ímpares, são ímpares; no caso de (  $c$  ), os valores somados serão pares.

Veja o exemplo de fragmento do (  $\Delta \text{seq}^2$  ISÓSCELES ), com ênfase apenas nos números ímpares obtidos através de  $\Delta i(b)$  e  $\Delta i(c)$ .

$\text{dom}(4): \{ 5, (6), 7, (8) \}$

$\text{dom}(9): \{ (10), 11, (12), 13, (14), (15) \}$

[  $\text{dom}(b)$  : Lê-se domínio de  $b$  ]

Retirando os termos PARES e termos pertencentes as LINHAS PRINCIPAIS, obtemos. Veja que os valores a serem removidos estão entre parênteses, como visto acima.

Ei-los:

$\{ 5, 7 \}$   
 $\{ 11, 13 \}$

Colocando tais números em função da soma de seu quadrado mais um certo valor inteiro positivo, conseguimos:

$\{ (4 + 1), (4 + 3) \}$  (ímpares somados)

$\{ (9 + 2), (9 + 4) \}$  (pares somados)

Ficando apenas com os valores somados, e fazendo desses um triângulo em ascensão, obtemos:

|   |   |   |   |    |    |   |                           |
|---|---|---|---|----|----|---|---------------------------|
|   | 1 | 3 |   |    |    |   | ( ímpares somados ao 4 )  |
|   | 2 | 4 |   |    |    |   | ( pares somados ao 9 )    |
|   | 1 | 3 | 5 | 7  |    |   | ( ímpares somados ao 16 ) |
|   | 2 | 4 | 6 | 8  |    |   | ( pares somados ao 25 )   |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9  | 11 |   | ( ímpares somados ao 36 ) |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |   | ( pares somados ao 49 )   |
| . |   |   |   |    |    | . |                           |
| . |   |   |   |    |    | . |                           |
| . |   |   |   |    |    | . |                           |

Resumindo:

1. Quando o quadrado perfeito for PAR, os valores somados a ( b ) serão ÍMPARES;
2. Quando o quadrado perfeito for ÍMPAR, os valores somados a ( c ) serão PARES.

O PRODUTO ENTRE OS ÍMPARES RESULTANTES DAS CONTAGENS DE  $\Delta i( b )$  E  $\Delta i( c )$

Tais termos ímpares podem ser entendidos como a soma de ( b ) mais ( n ), estando tal valor contido no intervalo situado entre 1 e  $2\sqrt{b}$ . Todavia, pela proposição 4 sabemos que, se ( b ) for par, utilizaremos apenas os valores ímpares de tal intervalo. E oposto é válido para os valores de c, sendo ( c ) um quadrado perfeito ímpar, cujos valores adicionados serão os pares que estão situados entre o intervalo 1 e  $2\sqrt{c}$ .

Por exemplo:

$$5 \cdot 11 = 55$$

Colocando o produto em função da soma de um quadrado mais um certo valor dos seus respectivos intervalos, adquirimos:

$$( 4 + 1 ) \cdot ( 9 + 2 ) = ( 49 + 6 )$$

Ou ainda:

$$(2^2 + 1) \cdot (3^2 + 2) = (7^2 + 6)$$

De onde é possível extrair uma relação algébrica simples, cujos valores resultantes surgem na contagem de certos números ímpares em certo domínio.

$$(b + R) \cdot (c + S), \text{ sendo } R < S \text{ e } R, S \in \mathbb{Z}^+$$

Entenda que  $b = n^2$ ,  $c = (n + 1)^2$ , o valor máximo de  $R = 2\sqrt{b}$  ou  $2n$  e que o valor máximo de  $S = 2\sqrt{c}$  ou  $2(n + 1)$ .

Logo, fazendo a distributiva, conseguimos:

$$b(c + S) + R(c + S)$$

Distribuindo novamente:

$$bc + bS + Rc + RS$$

Exemplo de aplicação:

$$b = 4, c = 9, R = 1 \text{ e } S = 2.$$

$$4 \cdot 9 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 2$$

$$36 + 8 + 9 + 2$$

$$44 + 11$$

$$[55]$$

## FORMAS ALGÉBRICAS - PRINCIPAL E SECUNDÁRIA

A partir daqui o objetivo é entender que formas algébricas expressam os números compostos, tanto os principais quanto os secundários.

Mediante a seguinte formulação algébrica simples:

$$(b + R) \cdot (c + S), \text{ sendo } R < S \text{ e } R, S \in \mathbb{Z}^+$$

Com os seguintes significados para os respectivos termos:

$b$  é um quadrado perfeito (par);

$c$  é um quadrado perfeito (ímpar);

$R$  é um número ( ímpar );

$S$  é um número ( par ).

Mas para entender a forma como os números se expressarão é necessário também "dissecar" os números que compõem os números que serão somados aos quadrados perfeitos.

Abaixo segue a próxima proposição, que fala exatamente sobre isso.

## NÚMEROS DE FERMAT E OS PRODUTOS PRINCIPAIS E SECUNDÁRIOS ATRAVÉS DOS NÚMEROS ÍMPARES ORIGINADOS DE $\Delta i(b)$

### PROPOSIÇÃO 5

De acordo com a proposição 4, os termos ímpares originados de  $\Delta i(b)$ , sendo  $(b)$  um quadrado perfeito (par), tem seus termos dominados originados da soma do mesmo com números da forma  $2n + 1$ , por isso (ímpares).

Seguindo um raciocínio quase semelhante, se  $(c)$  for um quadrado perfeito (ímpar), seus termos dominados serão a soma de  $(c)$  com números da forma  $2n$ , por isso (pares).

Antes de substituir, ou trocar, as letras pelas formas ímpares e pares em  $(b + R) \cdot (c + S)$ , é preciso dissecar a estrutura que compõe os números que gerarão os que serão somados aos quadrados perfeitos em análise.

Nesta sexta imagem temos um fragmento do  $\Delta \text{seq}^2$  isósceles que a cada etapa tem seus termos, oriundos de  $\Delta i(b)$ , dissecados um pouco mais.

Dissecção dos valores de  $\Delta i(b)$  26/10/25 dom. David Dias Marques

| Q.P.     | $\Delta i(b)$ |
|----------|---------------|
| 4        | 5 7           |
| 9        | 11 13         |
| 16       | 17 19 21 23   |
| 25       | 27 29 31 33   |
| $\vdots$ | $\vdots$      |

250

| Q.P.     | $\Delta i(b)$                       |
|----------|-------------------------------------|
| 4        | $(4+1)$ $(4+3)$                     |
| 9        | $(9+2)$ $(9+4)$                     |
| 16       | $(16+1)$ $(16+3)$ $(16+5)$ $(16+7)$ |
| 25       | $(25+2)$ $(25+4)$ $(25+6)$ $(25+8)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$                            |

200

| Q.P.     | $\Delta i(b)$                           |
|----------|-----------------------------------------|
| $2^2$    | $(2^2+1)$ $(2^2+3)$                     |
| $3^2$    | $(3^2+2)$ $(3^2+4)$                     |
| $4^2$    | $(4^2+1)$ $(4^2+3)$ $(4^2+5)$ $(4^2+7)$ |
| $5^2$    | $(5^2+2)$ $(5^2+4)$ $(5^2+6)$ $(5^2+8)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$                                |

150

| Q.P.         | $\Delta i(b)$                                                                   |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| $(2(1))^2$   | $(2(1)^2+2(0)+1)$ $(2(1)^2+2(1)+1)$                                             |
| $(2(1)+1)^2$ | $((2(1)+1)^2+2(1))$ $((2(1)+1)^2+2(2))$                                         |
| $(2(2))^2$   | $((2(2))^2+2(0)+1)$ $((2(2))^2+2(1)+1)$ $((2(2))^2+2(2)+1)$ $((2(2))^2+2(3)+1)$ |
| $(2(2)+1)^2$ | $((2(2)+1)^2+2(1))$ $((2(2)+1)^2+2(2))$ $((2(2)+1)^2+2(3))$ $((2(2)+1)^2+2(4))$ |
| $\vdots$     | $\vdots$                                                                        |

50

| h que gera Q.P. | K que gera os valores de $\Delta i(b)$ |
|-----------------|----------------------------------------|
| 1               | 0 1                                    |
| 1               | 1 2                                    |
| 2               | 0 1 2 3                                |
| 2               | 1 2 3 4                                |

0

## 1. EXEMPLO DE DOMÍNIO DE QUADRADO PERFEITO PAR DOMÍNIO DE EXEMPLO

$\{ (4), 5, 6, 7, 8 \}$

EXCLUSÃO DE TERMOS QUADRADOS PERFEITOS, PARES, CENTRAIS E ÚLTIMOS, POR  $\Delta i(b)$

$\{ 5, 7 \}$

SOMA DE  $(4)$  COM VALORES ÍMPARES

$\{ (4 + 1), (4 + 3) \}$

TERMOS SOMADOS AO  $(4)$

$\{ 1, 3 \}$

NÚMEROS QUE ORIGINARAM OS TERMOS SOMADOS AO  $(4)$

$\{ 0, 1 \}$

Pois quando aplicados em  $(2n + 1)$ , obtemos:

$\{ (2 \cdot (0) + 1), (2 \cdot (1) + 1) \}$

## 2. EXEMPLO DE DOMÍNIO DE QUADRADO PERFEITO PAR

DOMÍNIO DE EXEMPLO

$\{ (9), 10, 11, 12, 13, 14, 15 \}$

EXCLUSÃO DE TERMOS QUADRADOS PERFEITOS, PARES, CENTRAIS E ÚLTIMOS, POR  $\Delta i(b)$

$\{ 11, 13 \}$

SOMA DE  $(9)$  COM VALORES ÍMPARES

Texto autorizado para ser divulgado / compartilhado na Seção Colaboradores  
do WebSite: [www.osfantasticosnumerosprimos.com.br](http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br)

$$\{ (9 + 2), (9 + 4) \}$$

TERMOS SOMADOS AO ( 9 )

$$\{ 2, 4 \}$$

NÚMEROS QUE ORIGINARAM OS TERMOS SOMADOS AO ( 9 )

$$\{ 1, 2 \}$$

Pois quando aplicados em (  $2n$  ), obtemos:

$$\{ (2 \cdot (1)), (2 \cdot (2)) \}$$

A partir de inúmeros exemplos observados é possível criar uma primeira tabela de termos que serão somados aos quadrados perfeitos respectivos para gerar os termos de  $\Delta i(b)$ :

Q.p.'s      números que serão somados aos Q.p.'s

|      |   |   |   |   |    |    |
|------|---|---|---|---|----|----|
| (4)  |   | 1 | 3 |   |    |    |
| (9)  |   | 2 | 4 |   |    |    |
| (16) |   | 1 | 3 | 5 | 7  |    |
| (25) |   | 2 | 4 | 6 | 8  |    |
| (36) | 1 | 3 | 5 | 7 | 9  | 11 |
| (49) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| .    |   |   |   |   |    |    |
| .    |   |   |   |   |    |    |
| .    |   |   |   |   |    |    |

Abaixo, segue uma segunda tabela com os valores de (  $n$  ) que gerarão os números que comporão os quadrados perfeitos. Assim como os valores, que, ao serem somados com tais quadrados, originarão os ímpares de  $\Delta i(b)$ .



PRINCIPAL

4 [ 0 1 2 3 4 5 6 7

4 [ 1 2 3 4 5 6 7 8

.

.

.

## PROPOSIÇÃO 6

A raiz do quadrado perfeito (  $b$  ), SENDO (  $b$  ) PAR, tem seu valor expresso no último termo da linha consecutiva de números que ORIGINARÃO os termos de  $\Delta i( b )$ , quando somados ao mesmo.

EXEMPLO:

Q.p.     $n$  dos Q.p.'s     $n$  dos que  $n^o$ 's que serão somados

|      |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| (4)  | (1) |   |   |   | 0 | 1 |   |   |   |  |
| (9)  | (1) |   |   |   | 1 | 2 |   |   |   |  |
| (16) | (2) |   |   | 0 | 1 | 2 | 3 |   |   |  |
| (25) | (2) |   |   | 1 | 2 | 3 | 4 |   |   |  |
| (36) | (3) |   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |   |  |
| (49) | (3) |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |   |  |
| (64) | (4) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| .    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| .    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| .    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

Observe na tabela acima, os seguintes exemplos abaixo:

A raiz de 4 é 2, e 2 é o último termo da segunda linha dos (  $n$  )'s que originarão os valores que serão somados a 9;

A raiz de 9 é 3, e 3 é o último termo da segunda linha dos  $n$ 's que originarão os valores que serão somados a 16;

A raiz de 16 é 4, e 4 é o último termo da segunda linha dos  $n$ 's que originarão os valores que serão somados a 25;

A raiz de 25 é 5, e 5 é o último termo da segunda linha dos  $n$ 's que originarão os valores que serão somados a 36;

A raiz de 36 é 6, e 6 é o último termos da segunda linha dos  $n$ 's que originarão os valores que serão somados a 49;

## PROPOSIÇÃO 7

Esta proposição destina-se a ordenar as nuances expressidas através de conceitos anteriores, os quais acabarão por culminar nos números emergidos da ( produção principal ), assim também como da secundária.

É interessante mencionar que a variação que guia a produção do número composto subsequente acontece a partir de variações mínimas nos termos consecutivos, como descrito abaixo de forma geral.

No caso do produto principal, no ( k ) consecutivo. Já no caso secundário, no ( n ) consecutivo.

Sendo tal generalização baseada nas informações contidas nas estruturas dos exemplos anteriormente propostos.

Os valores de ( n ) originarão os quadrados perfeitos.

Os valores de ( k ) comporão os números que serão somados a ( b ), de modo genérico, afim de obter os valores obtidos por intermédio de  $\Delta i( b )$ .

### 7.1 REPRESENTAÇÃO GERAL DOS PRODUTOS PRINCIPAIS

#### REPRESENTAÇÃO PRINCIPAL MÍNIMA

$$\begin{matrix} n & [ & k \\ n & [ & k + 1 \end{matrix}$$

#### REPRESENTAÇÃO PRINCIPAL GERAL

$$\begin{matrix} n & [ & k & k + 1 & k + 2 & \dots & k + q \\ n & [ & k + 1 & k + 2 & k + 3 & \dots & K + ( q + 1 ) \end{matrix}$$

### 7.2 REPRESENTAÇÃO GERAL DOS PRODUTOS SECUNDÁRIOS

## REPRESENTAÇÃO SECUNDÁRIA MÍNIMA

$$\begin{array}{c} n \\ n+1 \end{array} \begin{array}{c} [ \\ [ \end{array} \begin{array}{c} k \\ k \end{array}$$

## REPRESENTAÇÃO SECUNDÁRIA GERAL

$$\begin{array}{c} n \\ n+1 \end{array} \begin{array}{c} [ \\ [ \end{array} \begin{array}{c} k \quad k+1 \quad k+2 \quad k+3 \dots k+q \\ k \quad k+1 \quad k+2 \quad k+3 \dots k+q \end{array}$$

De tudo já abordado aqui sobre os domínios e sobre os produtos entre os termos  $\Delta_i(b)$ , de forma consecutiva em coluna, é possível extrair duas relações algébricas GERAIS para ambos os casos: principais e secundários.

### 7.3 RELAÇÃO PRINCIPAL GERAL

$$((2n)^2 + (2k + 1)) \cdot ((2n + 1)^2 + 2(k + 1))$$

Com valores de  $(n)$  idênticos, mas os valores de  $(k)$  diferindo entre si em uma unidade, do lado do  $(Q. p. \text{ ímpar})$ .

### DESENVOLVIMENTO E SIMPLIFICAÇÃO

$$((2n)^2 + (2k + 1)) \cdot ((2n + 1)^2 + 2(k + 1))$$

Simplificando alguns termos:

$$(4n^2 + (2k + 1)) \cdot ((2n + 1)^2 + (2k + 2))$$

Fazendo a distributiva:

$$(2n + 1)^2 \cdot (4n^2 + (2k + 1)) + (2k + 2) \cdot (4n^2 + (2k + 1))$$

Abrindo o produto notável:

$$(4n^2 + 4n + 1) \cdot (4n^2 + (2k + 1)) + (2k + 2) \cdot (4n^2 + (2k + 1))$$

Chamando  $(4n^2 + (2k + 1))$  de  $G$  e substituindo, obtemos:

$$(4n^2 + 4n + 1)G + (2k + 2)G$$

Fazendo a distributiva:

$$4n^2G + 4nG + G + 2kG + 2G$$

Simplificando o que for possível:

$$4n^2G + 4nG + 2kG + 3G$$

Trocando G por  $(4n^2 + 2k + 1)$ :

$$4n^2(4n^2 + 2k + 1) + 4n(4n^2 + 2k + 1) + 2k(4n^2 + 2k + 1) + 3(4n^2 + 2k + 1)$$

Distribuindo e simplificando:

$$4( n( 4n^3 + ( 2n + 1 )^2 + k( 3n^2 + ( n + 1 )^2 + k + 1 ) ) + 3$$

Essa forma demonstra que o produto de ímpares consecutivos PRINCIPAIS, oriundos de  $\Delta i( b )$ , gera números de Fermat da forma  $4x + 3$ , de acordo como está expresso pela relação acima.

#### 7.4 RELAÇÃO SECUNDÁRIA GERAL

$$((2n)^2 + (2k + 1)) \cdot ((2(n + 1) + 1)^2 + 2k)$$

Com valores de  $( K )$  idênticos, mas os valores de  $( n )$  diferindo entre si em uma unidade, do lado do  $( Q. p. \text{ ímpar } )$ .

#### DESENVOLVIMENTO E SIMPLIFICAÇÃO

$$((2n)^2 + (2k + 1)) \cdot ((2(n + 1) + 1)^2 + 2k)$$

Simplificando alguns termos e parênteses:

$$(4n^2 + 2k + 1) \cdot ((2n + 3)^2 + 2k)$$

Fazendo a distributiva:

$$(2n + 3)^2(4n^2 + 2k + 1) + 2k(4n^2 + 2k + 1)$$

Chamando  $4n^2 + 2k + 1$  de  $G$  para melhor visualizar a distribuição dos termos e seguida abrindo o produto notável, adquirimos:

$$(4n^2 + 12n + 9)G + 2kG$$

$$4n^2G + 12nG + 9G + 2kG$$

Trocando  $G$  por  $4n^2 + 2k + 1$ , conseguimos:

$$4n^2(4n^2 + 2k + 1) + 12n(4n^2 + 2k + 1) + 9(4n^2 + 2k + 1) + 2k(4n^2 + 2k + 1)$$

Novamente fazendo a distributiva e simplificando:

$$16n^4 + 8kn^2 + 4n^2 + 48n^3 + 24kn + 12n + 36n^2 + 18k + 9 + 8kn^2 + 4k^2 + 2k$$

$$16n^4 + 40n^2 + 48n^3 + 12n + 9 + 16kn^2 + 4k^2 + 24kn + 20k$$

Veja que o termo independente é 9. E já temos consciência, através de alguns exemplos, que o produto secundário entre ímpares oriundos de  $\Delta i(b)$  têm sua estrutura algébrica tendendo para  $4x + 1$ . Deste modo podemos, se realmente for possível, quebrar o 9 em  $(8 + 1)$ . E por meio dessa ideia buscar uma simplificação da expansão da relação, de tal modo que surja como a multiplicação de 4 por uma conjunção lógica dos termos, antes ofertados pela relação primordial mais um.

E finalmente obtemos:

$$4(4n^2(n + 3) + 2(n(4n + 1) + (n + 1)^2) + k(n^2 + 3(n + 1)^2 + k + 2)) + 1$$

Essa forma demonstra que o produto de ímpares consecutivos SECUNDÁRIOS, oriundos de  $\Delta i(b)$ , gera números de Fermat da forma  $4x + 1$ , de acordo como está expresso pela relação acima.

## OBSERVAÇÃO

É interessante mencionar que dentro desta última relação adquirida é possível perceber que a forma buscada,  $4x + 1$ , está dentro da própria relação algébrica de demonstração.